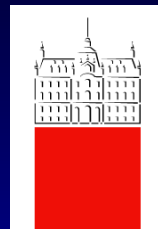


Univerza
v Ljubljani
Fakulteta
za farmacijo

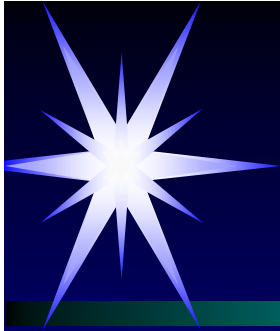


Uvod v statistiko

doc. dr. Mitja Kos, mag. farm.

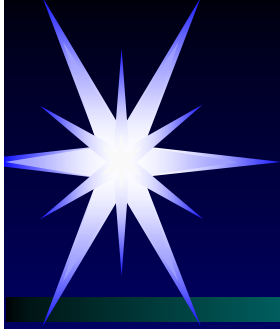
Katedra za socialno farmacijo

e-pošta: mitja.kos@ffa.uni-lj.si



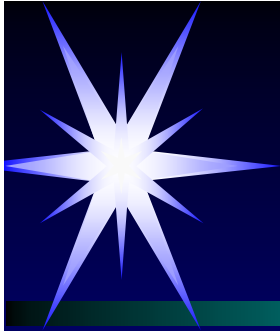
Definicija statistike

- Statistika je **veda**, ki **kvantitativno** proučuje **masovne pojave** v naravi in družbi ter tako z metodami, ki so njej lastne, odkriva zakonitosti teh pojavov:
 - Del **matematike**, vendar **prilagoditve** glede na potrebe posamezne veje znanosti.
 - Biomedicina:
 - **Biostatistika ali biometrika, tudi farmakometrika**: proučevanje osnovnih dogajanj in pojavov na področju biomedicine vključujoč farmacijo
 - **Zdravstvena statistika**: medicinska statistika zdravstvenih služb dopolnjena s podatki demografske in vitalne statistike



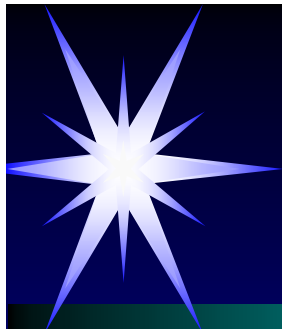
Vrste statistike

- **Opisna** (deskriptivna) statistika:
 - Zbiranje, urejanje in prikazovanje podatkov
- **Sklepna** (inferenčna, analitična) statistika:
 - Sklepanje iz podatkov, dobljenih na majhnih skupinah

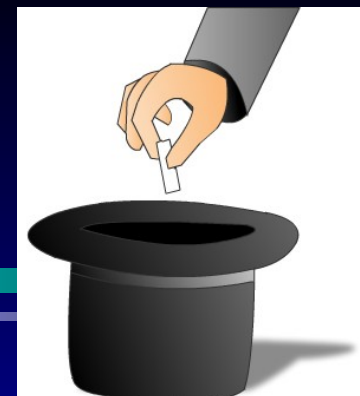


Populacija

- Populacija= **statistična množica**
- Skupnost **statističnih enot** (posameznih delov populacije), ki ustrezajo temeljnim opredeljujočim **pogojem**:
 - vsebinski,
 - krajevni,
 - časovni
 - Npr.: Študenti 1. letnika, Fakultete za farmacijo, Ljubljana v šol.l. 200X/200Y
- Vrste populacij:
 - **Realne**
 - **Umišljene ali hipotetične**:
 - niso časovno omejene, pogosto niti krajevno ne,
 - npr. populacija bolnikov s sladkorno boleznijo ali populacija belih laboratorijskih miši,



Vzorec



- **Del populacije**, ki je **izbran za študij** določenih značilnosti populacije (dejansko raziskujemo).
- **Reprezentativnost:**
 - naključnost: statistične enote imajo enako možnost, da so izbran.
 - dejansko reprezentativno predstavlja populacijo
- **Velikost vzorca:** majhni ($N < 30$), velik vzorci
- Numerične opisne mere, izračunane za populacijo, imenujemo **parametre populacije**, iste mere, izračunane za **vzorec**, pa **statistike**.

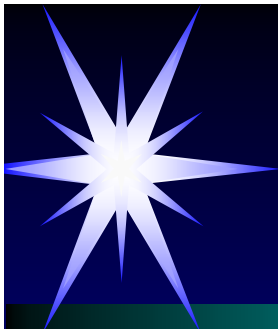
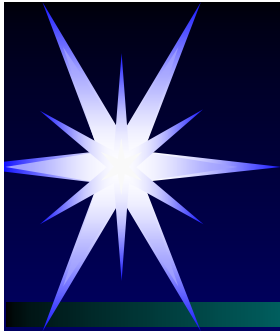


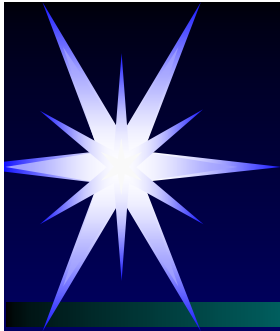
Tabela naključnih števil

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
1	10480	15011	01536	02011	81647	91646	69179	14194	62590	36207	20969	99570	91291	90700
2	22368	46573	25595	85393	30995	89198	27982	53402	93965	34095	52666	19174	39615	99505
3	24130	48360	22527	97265	76393	64809	15179	24830	49340	32081	30680	19655	63348	58629
4	42167	93093	06243	61680	07856	16376	39440	53537	71341	57004	00849	74917	97758	16379
5	37570	39975	81837	16656	06121	91782	60468	81305	49684	60672	14110	06927	01263	54613
6	77921	06907	11008	42751	27756	53498	18602	70659	90655	15053	21916	81825	44394	42880
7	99562	72905	56420	69994	98872	31016	71194	18738	44013	48840	63213	21069	10634	12952
8	96301	91977	05463	07972	18876	20922	94595	56869	69014	60045	18425	84903	42508	32307
9	89579	14342	63661	10281	74553	18103	57740	84378	25331	12566	58678	44947	05585	56941
10	85475	36857	53342	53988	53060	59533	38867	62300	08158	17983	16439	11458	18593	64952
11	28918	69578	88231	33276	70997	79936	56865	05859	90106	31595	01547	85590	91610	78188
12	63553	40961	48235	03427	49626	69445	18663	72695	52180	20847	12234	90511	33703	90322
13	09429	93969	52636	92737	88974	33488	36320	17617	30015	08272	84115	27156	30613	74952
14	10365	61129	87529	85689	48237	52267	67689	93394	01511	26358	85104	20285	29975	89868
15	07119	97336	71048	08178	77233	13916	47564	81056	97735	85977	29372	74461	28551	90707
16	51085	12765	51821	51259	77452	16308	60756	92144	49442	53900	70960	63990	75601	40719
17	02368	21382	52404	60268	89368	19885	55322	44819	01188	65255	64835	44919	05944	55157
18	01011	54092	33362	94904	31273	04146	18594	29852	71585	85030	51132	01915	92747	64951
19	52162	53916	46369	58586	23216	14513	83149	98736	23495	64350	94738	17752	35156	35749
20	07056	97628	33787	09998	42698	06691	76988	13602	51851	46104	88916	19509	25625	58104



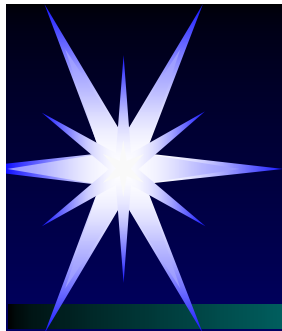
Statistični znaki

- Spremenljivke:
 - Neproučevane
 - Proučevane= statistični znaki ali statistične spremenljivke
- Vrste spremenljivk oz. statističnih znakov:
 - Opisni oz. atributivni: Spremenljivke katerih vrednosti opisujemo z besedami,
 - Nominalni: npr. krvna skupina A, B, AB, 0
 - Ordinalni: npr. stanje pacienta: slabo, srednje dobro, odlično
 - Kvantitativni, številčni oz. numerični: Spremenljivke katerih vrednosti izražamo s številkami,
 - Zvezni: v glavnem merjenje, teoretično katerokoli vrednost znotraj določenega razmika npr. koncentracija glukoze
 - Nezvezni: vrednosti imajo podane samo s celimi števili npr. število opravljenih izpitov
- Odvisne / neodvisne spremenljivke
- Dihotomne (dva možna izida, npr. živ-mrtev) / politomne spremenljivke (več možnih izidov)



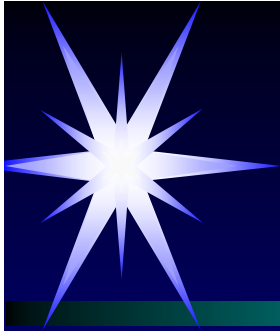
Označevanje spremenljivk

- Vrednosti posameznih spremenljivk: x , y
- Katerakoli izmed njih: x_i
 - i : številka od 1 do n .
 - n : skupno število vseh statističnih enot
- Spremenljivki za dva različna vzorca:
 - x_1 ter x_2



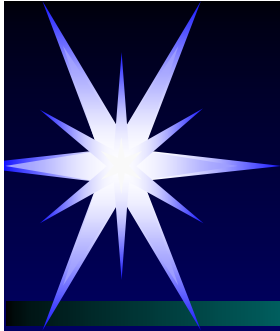
Urejanje statističnih podatkov

- Urejanje atributivnih spremenljivk
- Urejanje numeričnih spremenljivk



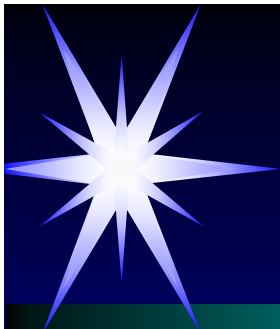
Urejanje atributivnih spremenljivk

- **Kategorije:** grupiranje enot v skupine
- **Spremenljivka:**
 - Le nekaj vrednosti npr. spol, zakonski stan
 - Mnogo vrednosti + nejasne meje => **klasifikacije** npr. Mednarodna klasifikacija bolezni (MKB), anatomsko-terpavtska-kemična klasifikacija (ATC)
- **Frekvenca** kategorije: koliko enot v kategoriji



Urejanje numeričnih spremenljivk

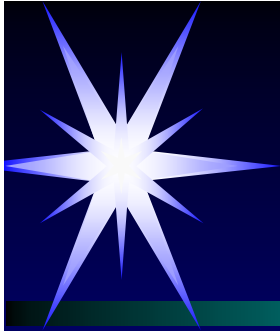
- Nezvezne numerične spremenljivke:
 - Malo število vrednosti npr. število članov
 - Vsaka vrednost znaka **svoj razred**
 - Več vrednosti
 - **Združujemo v razrede**
- Zvezne numerične spremenljivke:
 - **Ranžirna vrsta**
 - **Frekvenčna distribucija**



Urejanje zveznih numeričnih spremenljivk: primer kalcidiol

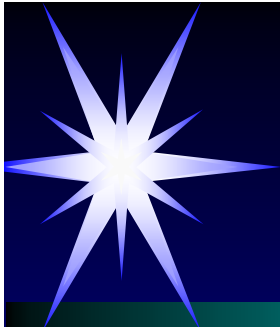
Iz populacije bolnikov s kronično okvaro ledvic, ki se zdravijo z dializo smo izbrali vzorec in v plazemskih vzorcih določili **koncentracijo kalcidiola**, ki je eden od presnovkov vitamina D. Dobili smo naslednje vrednosti (nmol/L):

59,0	228,0	164,0	249,0	93,0	19,0
23,0	59,0	5,0	140,0	7,0	89,0
142,0	32,0	147,0	133,0	69,0	43,0
168,0	145,0	41,0	27,0	14,0	47,0
22,0	38,0	112,0	160,0	59,0	62,0
134,0	64,0	21,0	44,0	2,0	75,0
					0,0



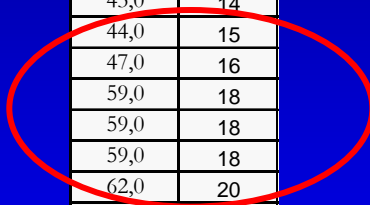
Ranžirna vrsta in rang

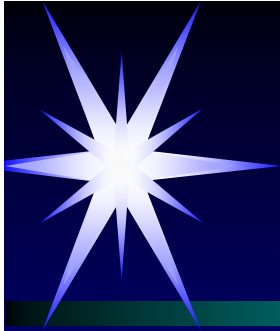
- **Ranžirna vrsta**
 - Ureditev enot po velikosti znaka od najmanjše do največje vrednosti ali obratno
 - Ko numeričnih spremenljivk in podatkov relativno malo
- **Rang**
 - Vsaki enoti oz. vrednosti v ranžirni vrsti damo zaporedno številko
 - Ko več enot z isto vrednostjo, seštejemo range, ki naj bi jih enote dobile, in vsoto delimo s številom vseh enot



Primer kalcidiol

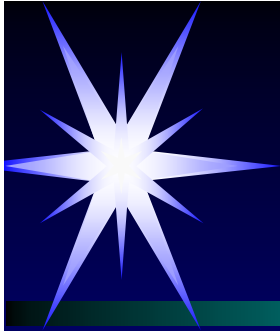
Vrednost	Vrednost	Rang
0,0	0,0	1
2,0	2,0	2
5,0	5,0	3
7,0	7,0	4
14,0	14,0	5
19,0	19,0	6
21,0	21,0	7
22,0	22,0	8
23,0	23,0	9
27,0	27,0	10
32,0	32,0	11
38,0	38,0	12
41,0	41,0	13
43,0	43,0	14
44,0	44,0	15
47,0	47,0	16
59,0	59,0	18
59,0	59,0	18
59,0	59,0	18
62,0	62,0	20
64,0	64,0	21
69,0	69,0	22
75,0	75,0	23
89,0	89,0	24
93,0	93,0	25
112,0	112,0	26
133,0	133,0	27
134,0	134,0	28
140,0	140,0	29
142,0	142,0	30
145,0	145,0	31
147,0	147,0	32
160,0	160,0	33
164,0	164,0	34
168,0	168,0	35
228,0	228,0	36
249,0	249,0	37





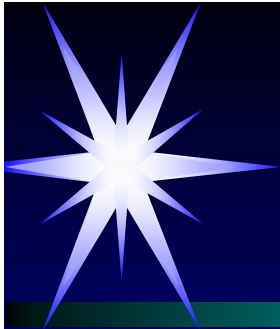
Frekvenčna distribucija

- Enotna porazdelitev frekvence po vrednostih statističnega znaka
- Ko veliko numeričnih podatkov, uredimo v **razrede**
- **Meje razredov** moramo sami določiti, ker so podatki zvezni
- **Variacijski razpon**, var. razmik oz. var. širina:
 - razlika med najnižjo in najvišjo vrednostjo
- **Število razredov**: ponavadi $m=10-20$
- **Razredni interval** oz. razredna širina = j
 - Variacijsko širino delimo s številom razredov
 - Princip: $(m-1)*j \leq (x'' - x') \leq m*j$
 - Praviloma vsi enaki, olajša nadaljnje računanje
 - Razredi na začetku in na koncu lahko tudi odprti (v tem primeru nimajo sredine)



Frekvenčna distribucija

- **Meje razredov:**
 - Z namenom zaokroženja razrednih intervalov lahko mejo prvega razreda postavimo nekaj pod najmanjšo vrednostjo, zadnjega razreda pa nekaj nad najvišjo vrednostjo
- **Sredina razreda:** cenilka povprečne vrednosti vseh enot v razredu (kje so prave meje, kako definirane meje, zaokroževanje ipd.)
- **Absolutna frekvenca razreda:** število enot v razredu.
- **Relativna frekvenca razreda:** strukturni delež posameznega razreda v celotni statistični masi



Primer kalcidiol

m=6

j=45

Zap. št.	Spodnja meja	Zgornja meja	Frekvenca	Sredina	Prva kumulativna vrsta
1	0	44	15	22	0
2	45	89	9	67	15
3	90	134	4	112	24
4	135	179	7	157	28
5	180	224	0	202	35
6	225	269	2	247	35
			37		37

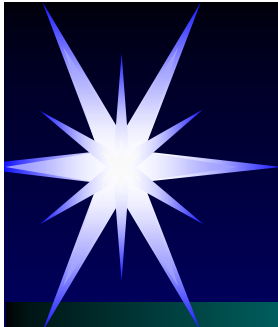
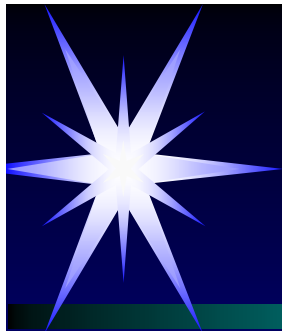


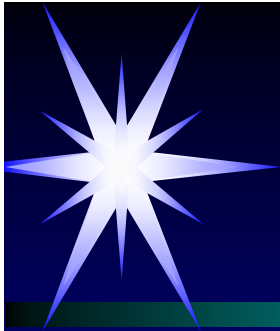
Tabela- preglednica

		g l a v a			
čelo	vrs t ica				zbirni stolpec
	stolpec		polje		
		zbirna vrstica			

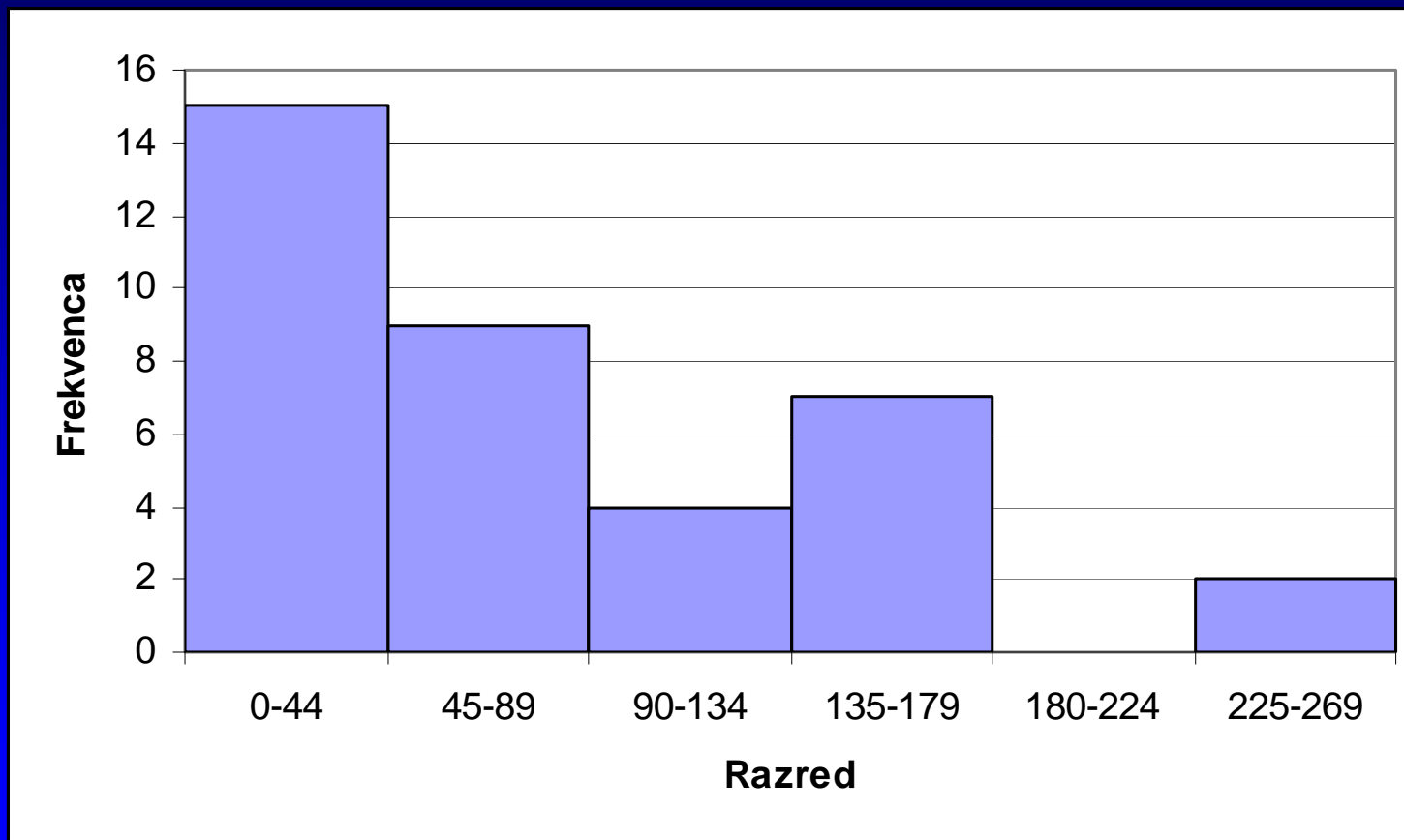


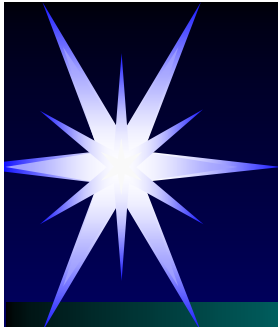
Prikazovanje in opisovanje podatkov

- Grafično prikazovanje
- Numerično opisovanje

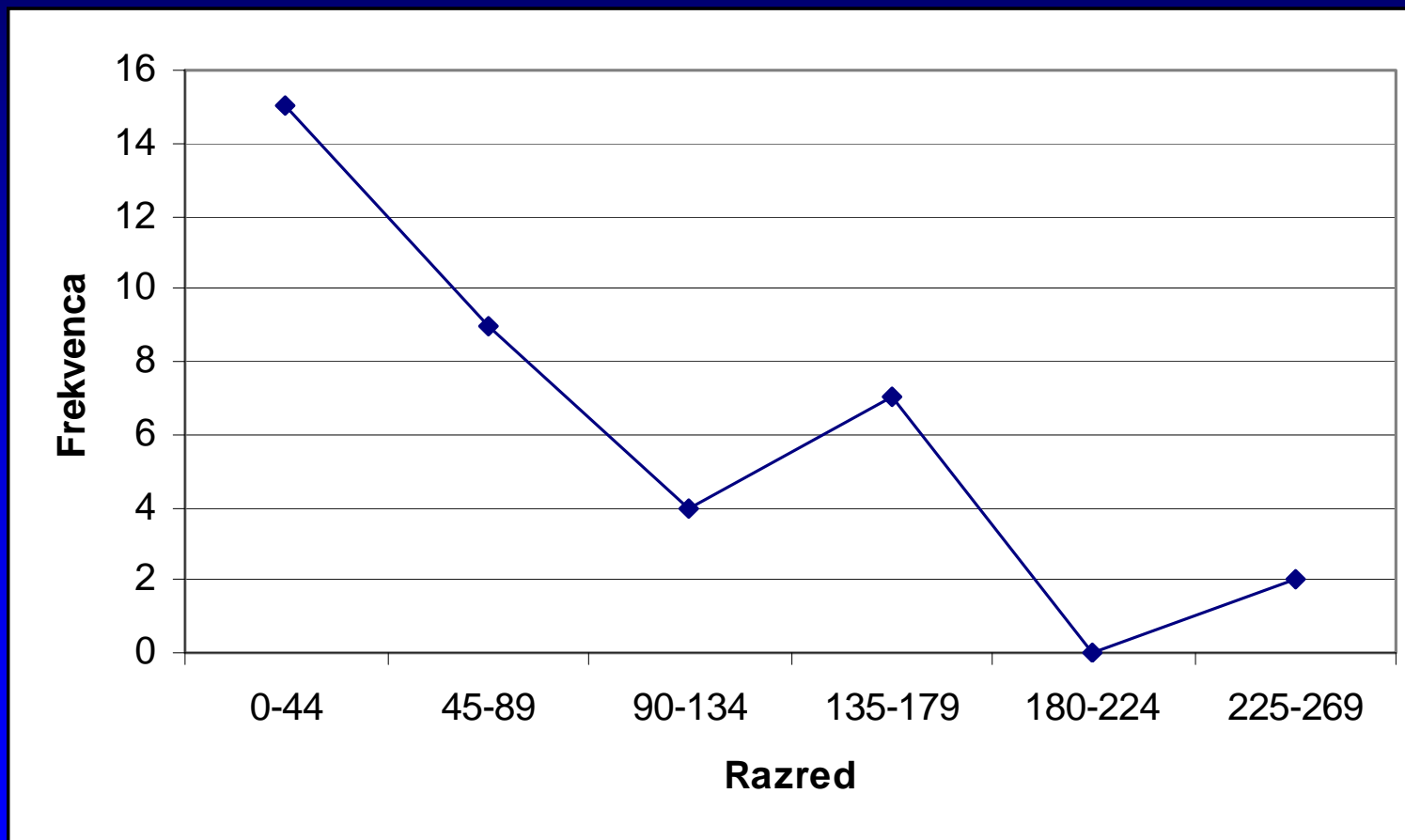


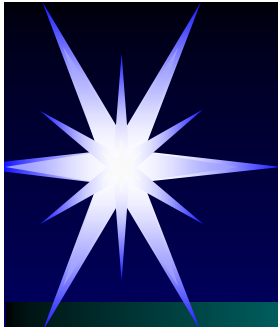
Histogram



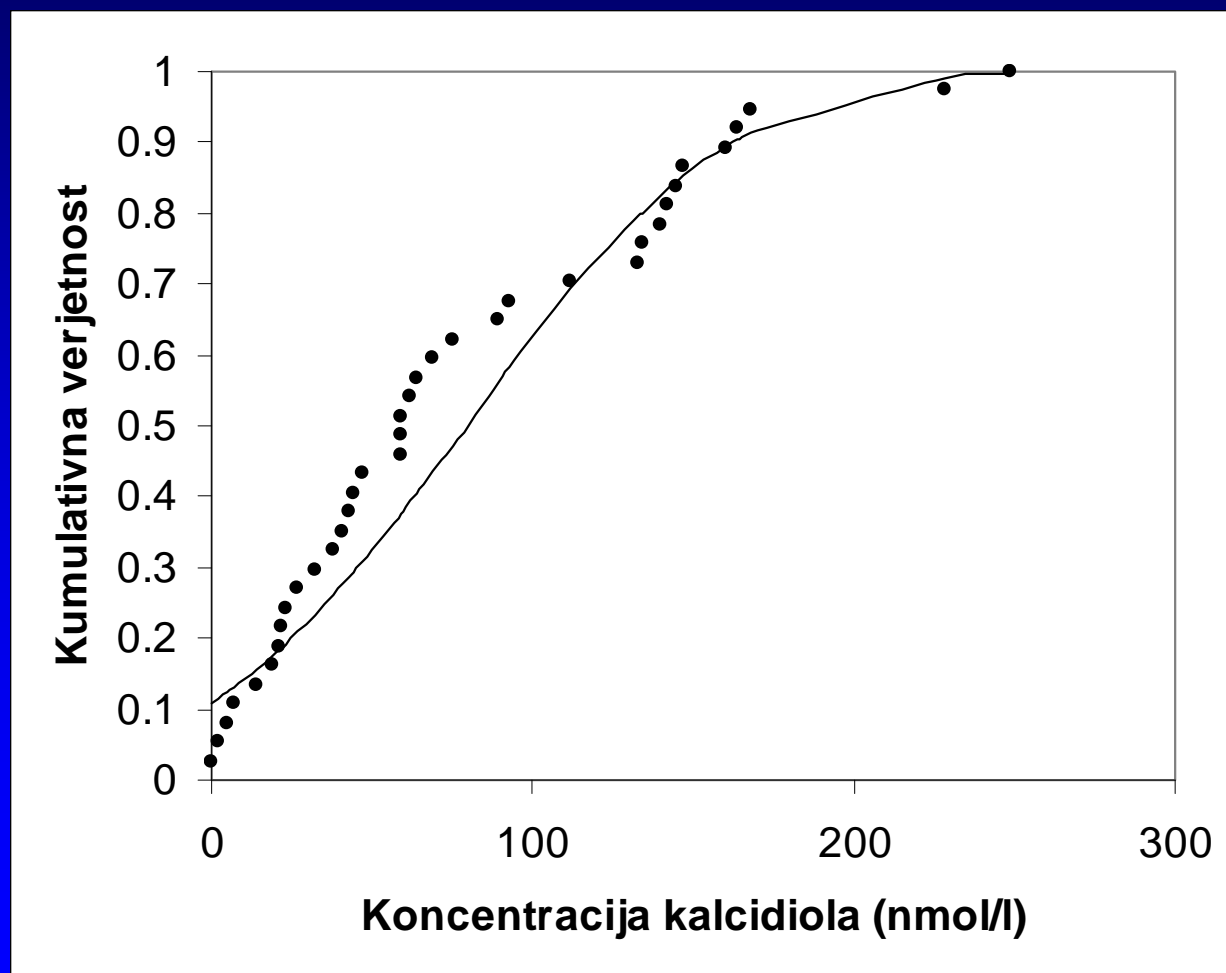


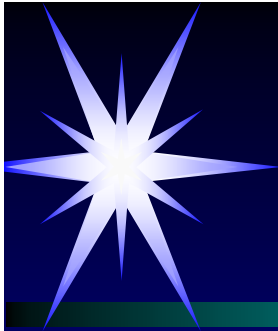
Frekvenčni poligon



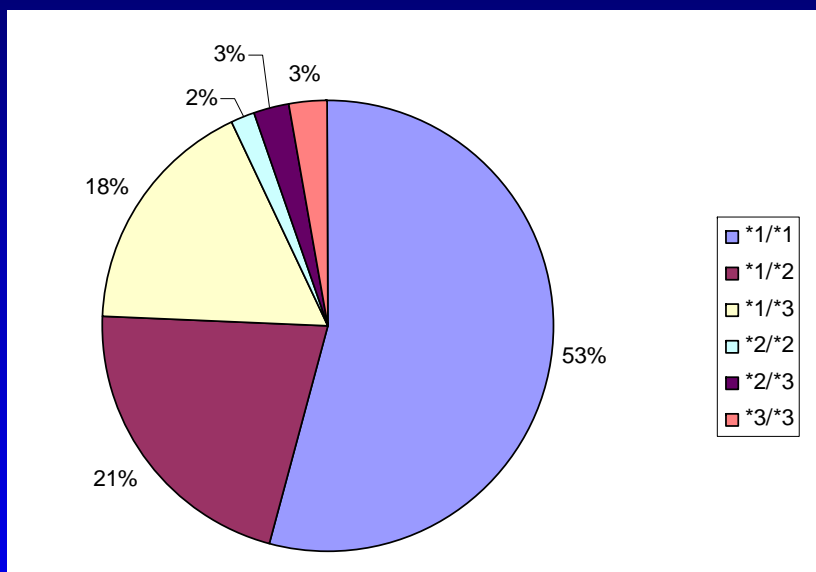


Kumulativna verjetnostna porazdelitev

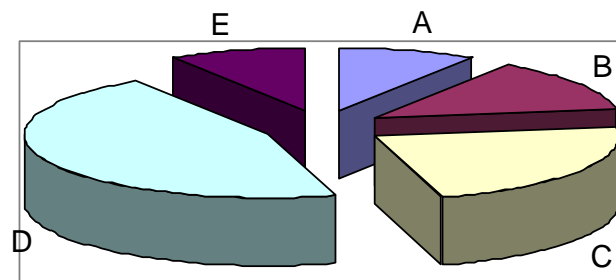


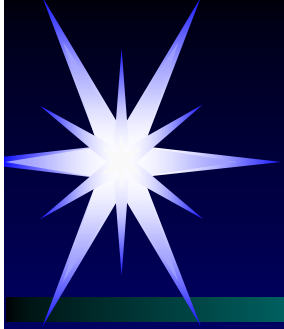


Strukturni krog oz. krožni izseki- (Pie Chart)

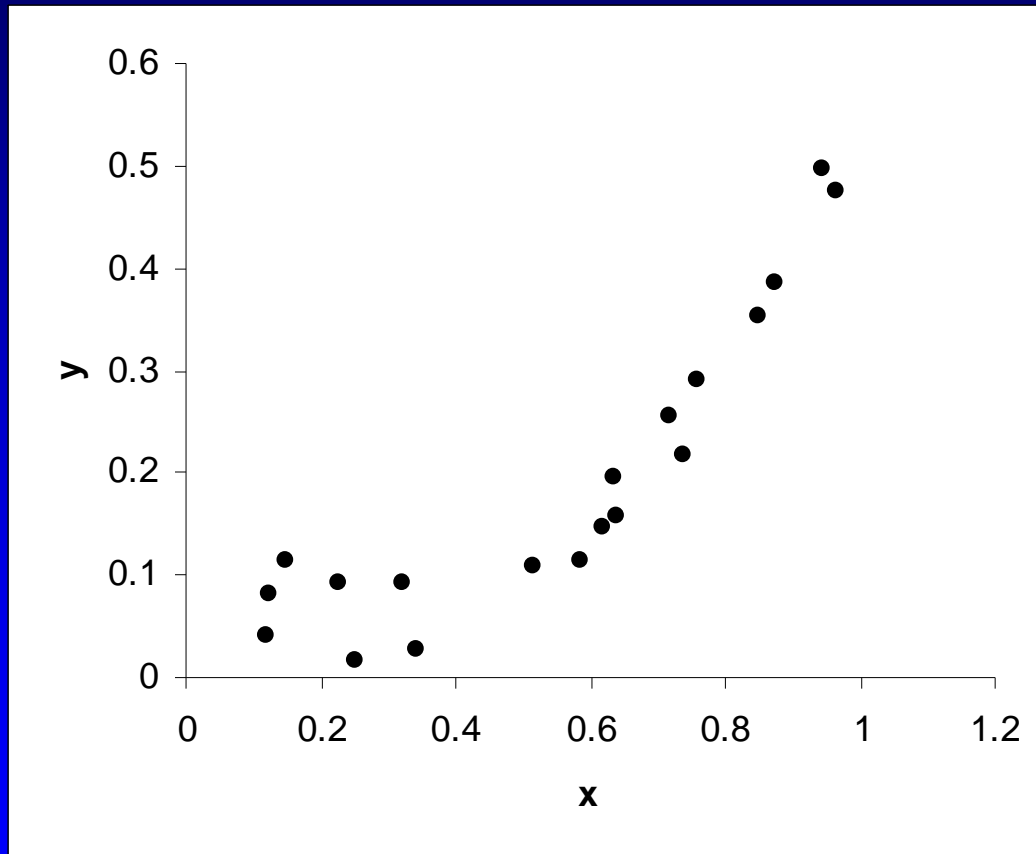


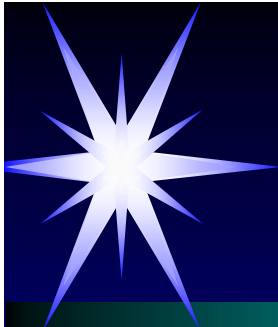
Preglednost?



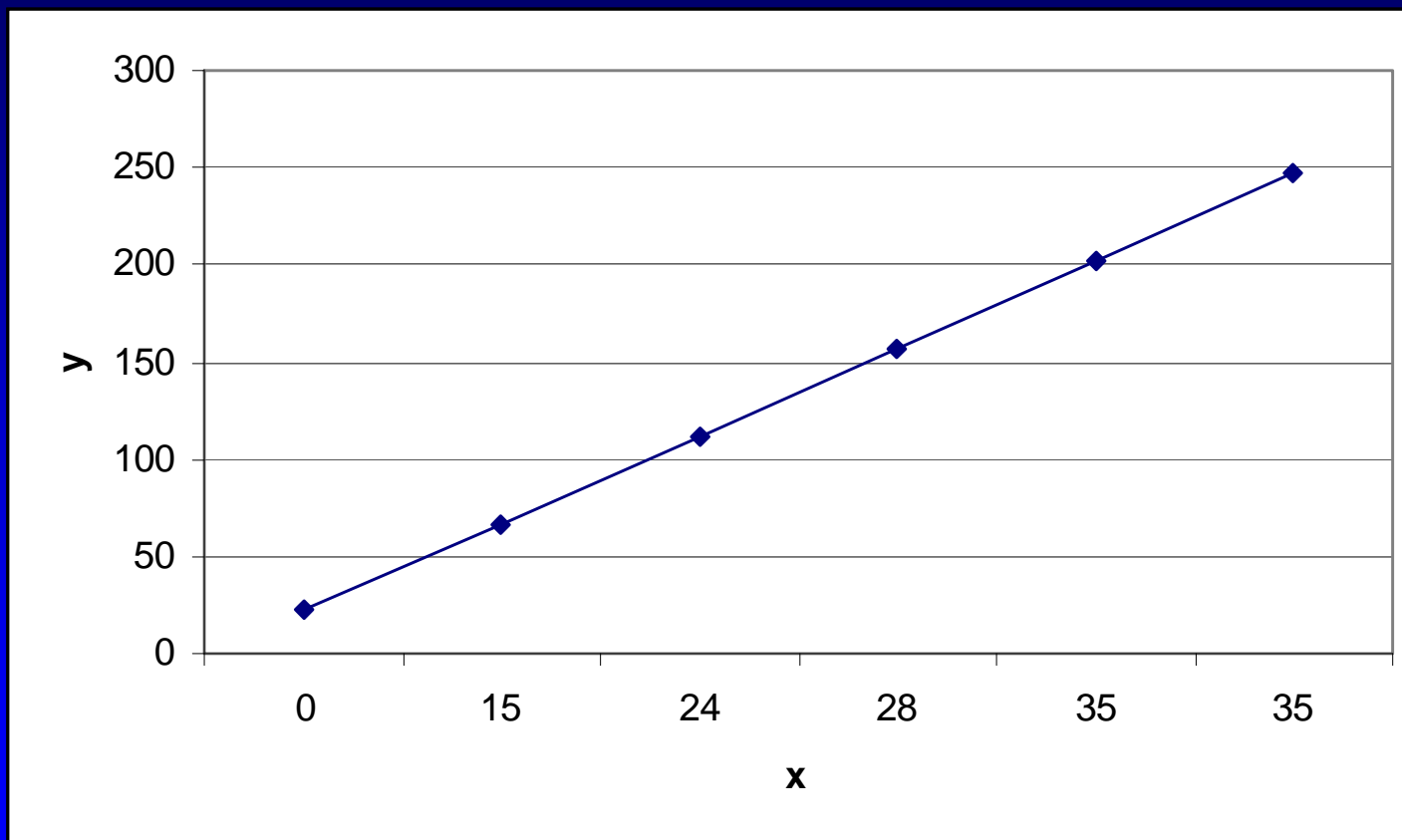


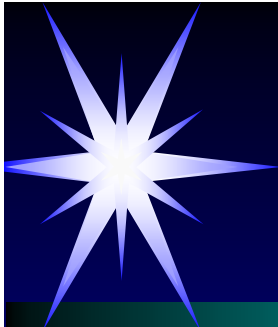
Razsevni diagram (XY, Scatter Plot)



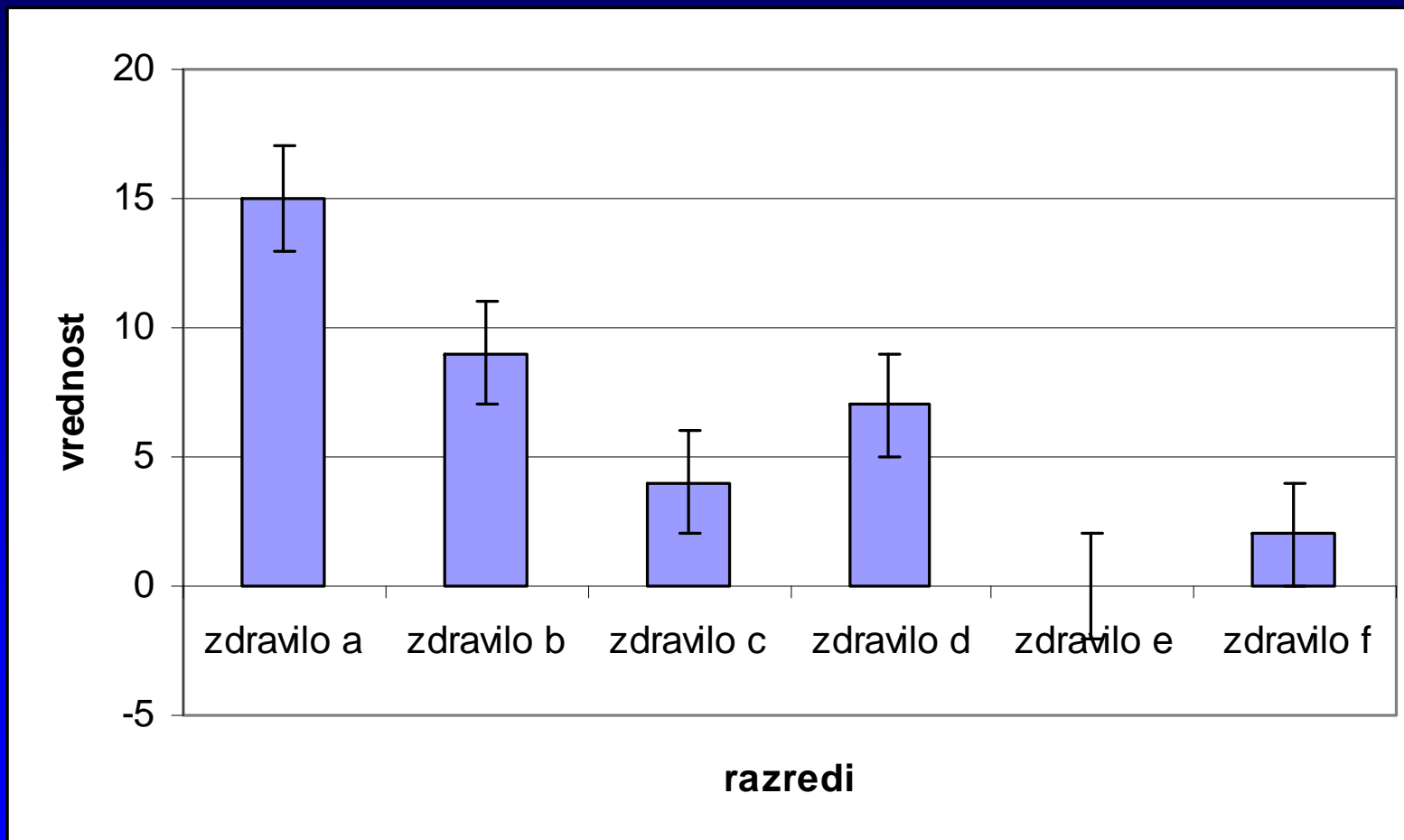


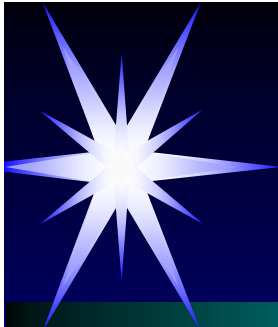
Linijski (črtni) diagram (Line Chart)



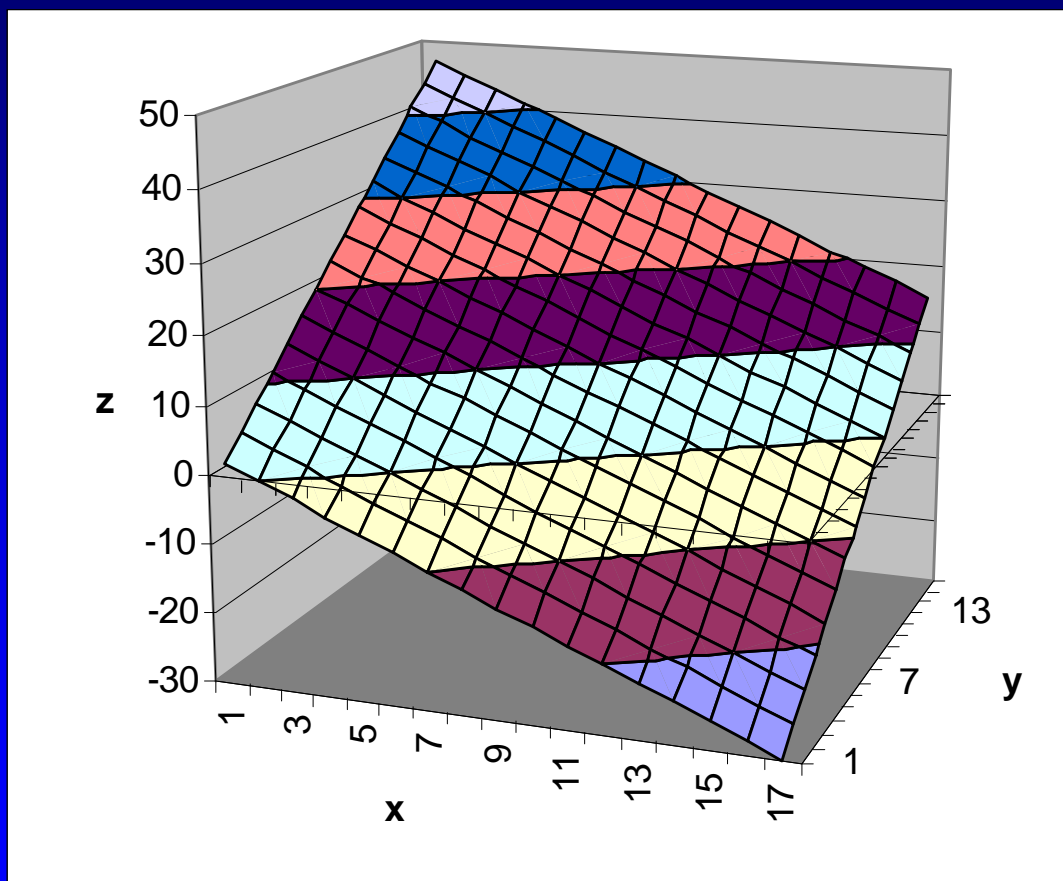


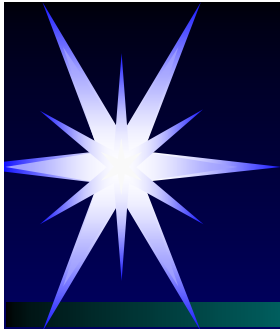
Stolpičasti diagram (Bar Chart)





Odgovorne površine (Surface Chart)





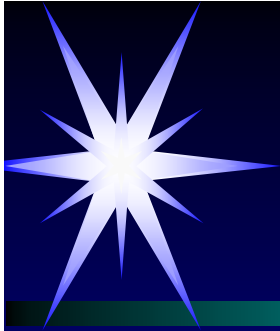
Histogram s številkami (Stem and leaf plot)

Kalcidiol (nmol/l) Stem-and-Leaf Plot

Frequency	Stem &	Leaf
16.00	0 .	0000112222334444
9.00	0 .	555666789
7.00	1 .	1334444
3.00	1 .	666
2.00	2 .	24

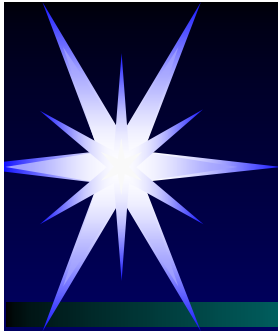
Stem width: 100.00

Each leaf: 1 case(s)

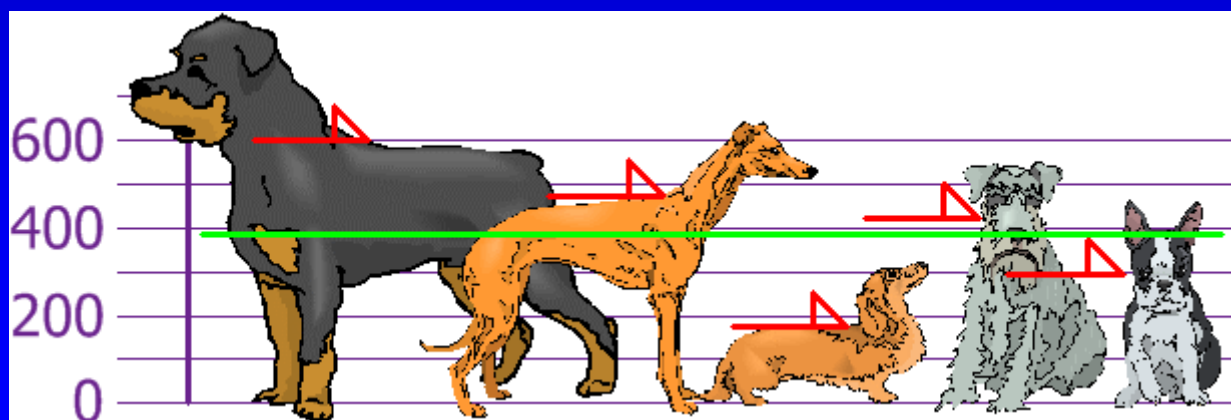
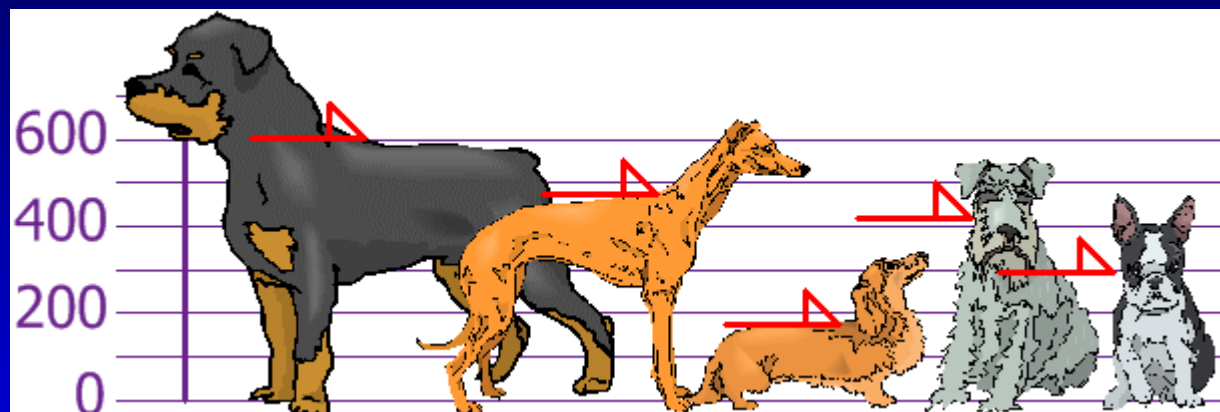


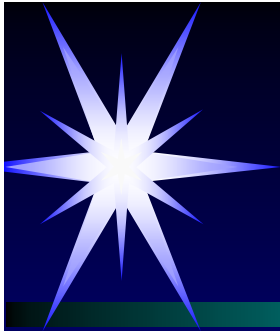
Numerično opisovanje vzorca/populacij

- Srednje vrednosti:
 - Aritmetična sredina ali povprečje
 - Mediana
 - Modus
- Variiranje in razpršenost:
 - Varianca ter standardna deviacija
 - Koeficient variiranja
 - Kvantili (decil, centil, kvartil ...)



Srednje vrednosti



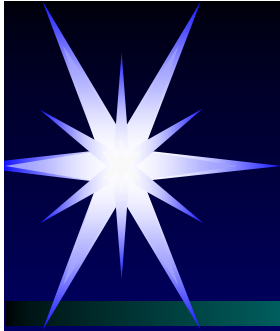


Aritmetična sredina ali povprečje

- Najpogosteje uporabljena srednja vrednost
- Seštejemo vrednosti vseh enot in delimo s številom enot
- (μ oz. \bar{x}):

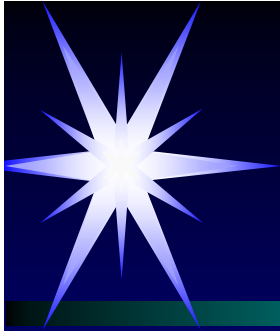
$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

- Nanjo vplivajo posamezne vrednosti vsake statistične enote
- Vsota odklonov posameznih vrednosti od težišča navzgor je enaka tisti navzdol
- Vsota vseh odklonov od aritmetične sredine je enaka nič
- Povezana z normalno oz. Gaussovo porazdelitvijo



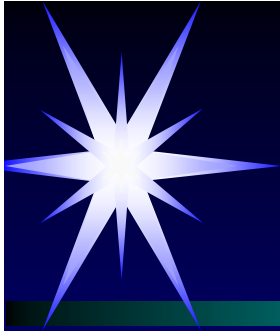
Mediana ali centralna vrednost

- Tista vrednost spremenljivke od katere ima polovica enot manjše, polovica pa večje vrednosti spremenljivke.
- Določanje, če rangirani oz. urejeni v ranžirni vrsti:
 - Če liho število: mediana enaka vrednosti srednje enote v ranžirni vrsti
 - Če sodo število: mediana je povprečje srednjega para podatkov
- Ni povezana z nobeno teoretično porazdelitvijo
- Uporabno, ko statistična masa porazdeljena nesimetrično



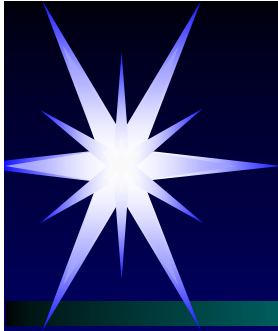
Modus

- **Najpogostejša** vrednost spremenljivke
- Ugotavljamo le za razmeroma veliko populacijo, pri manjših pa ga ni mogoče uporabiti
- Opis porazdelitve populacije:
 - Unimodalna
 - Bimodalna
 - Polimodalna

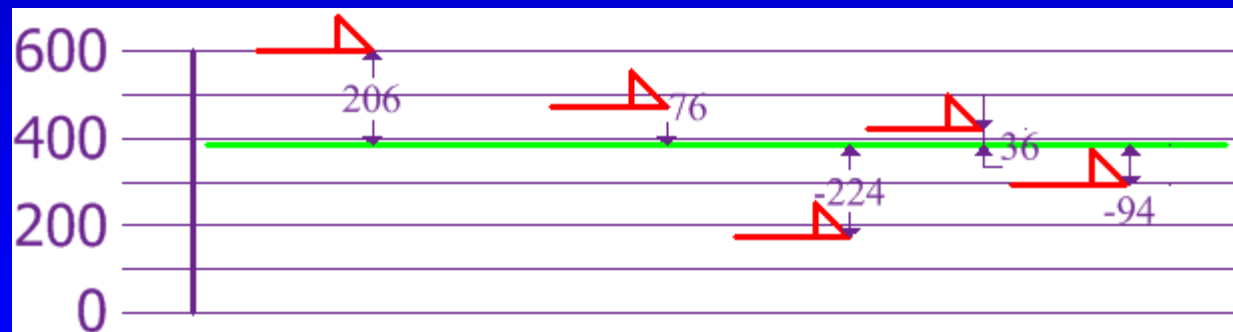
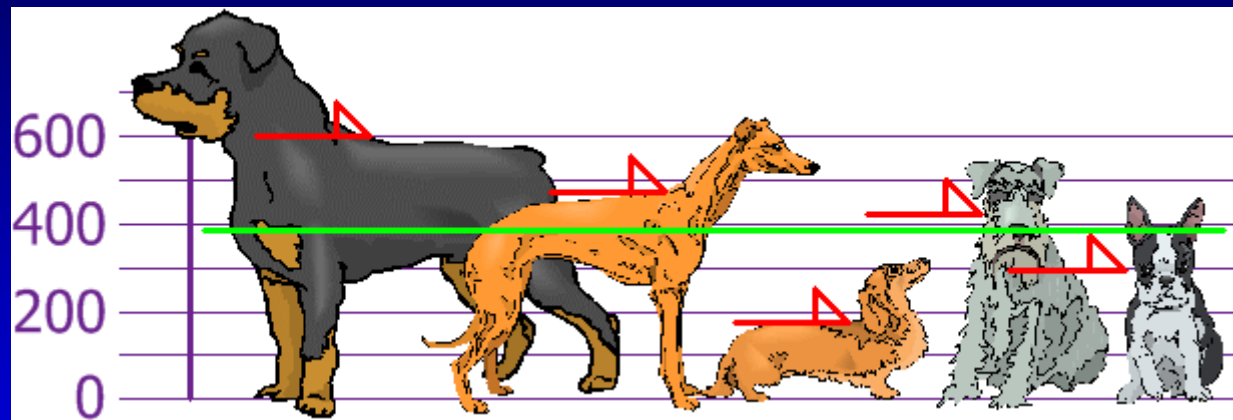


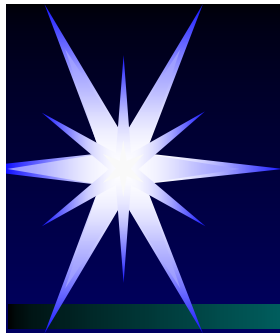
Mere za variiranje in razpršenost

- Koliko posamezni podatki **odstopajo od srednje vrednosti** in s tem ocenimo koliko srednja vrednost res predstavlja statistično maso.
- Dejavniki, ki vplivajo na variiranje:
 - **Napake** pri meritvah: npr. zaradi aparature, delovnih razmer, netočnosti metode
 - **Intraindividualni razlogi**: variiranje pri osebkih npr. emocionalno stanje, dnevni ritem, menstruacijski cikel
 - **Interindividualni razlogi**: variiranje med osebki npr. Genetski dejavniki, spol, starost, prehrana, zdravstveno stanje



Variiranje

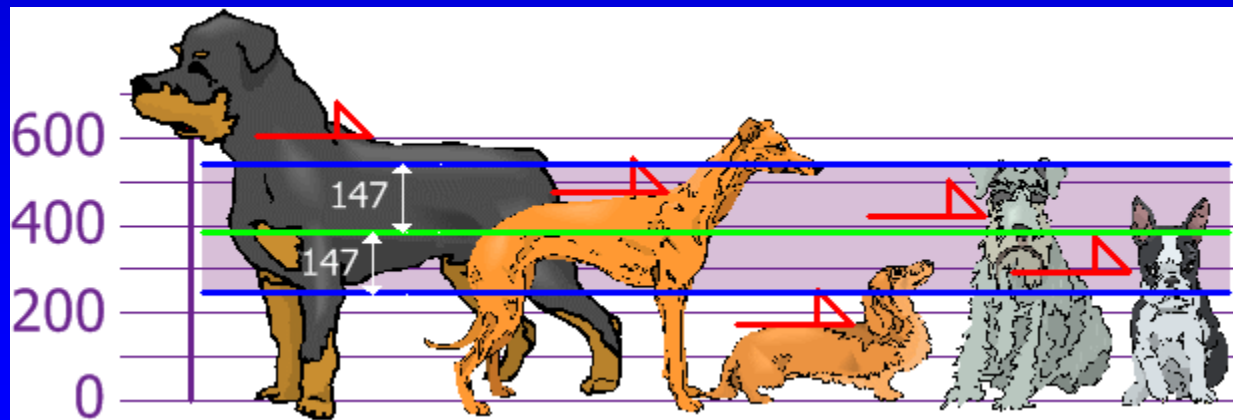


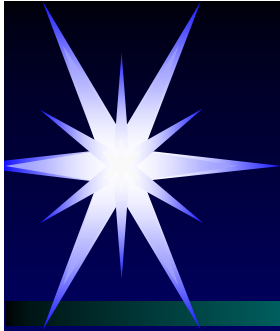


Varianca in standardni odklon

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^N x_i)^2}{N}}{N}$$

- Varianca (σ^2 oz. s^2):
 - Povprečje kvadratov odklonov posameznih vrednosti od aritmetične sredine
- Standardni odklon oz. deviacija (σ oz. s):
 - Kvadratni koren variance



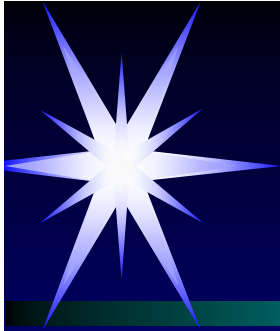


Koeficient variiranje in kvantili

$$KV (RSD) = \frac{\sigma}{\mu}$$

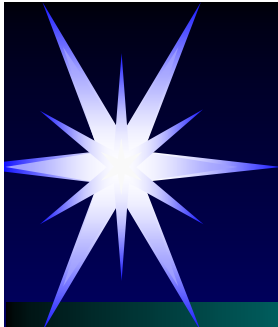
- Koeficient variiranja (KV):
 - Mera relativnega variiranja: standardna deviacija utežena z aritmetično sredino, ponavadi podano kot odstotek (množeno s 100%)
 - Ko želimo primerjati variiranje različnih spremenljivk, ki so med seboj v vsebinski zvezi
 - npr. višine pri odraslih in otrocih

RSD: Relative Standard Deviation

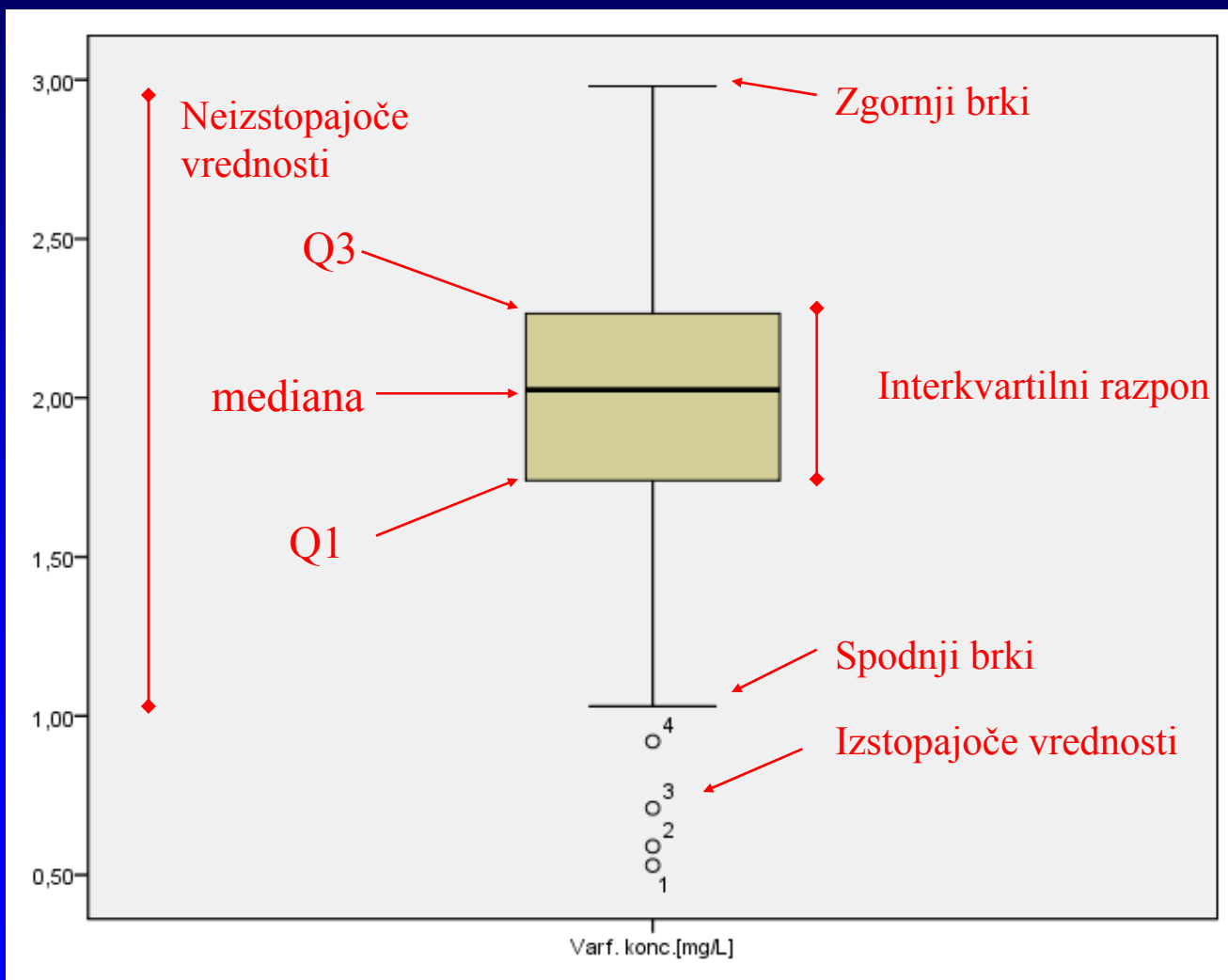


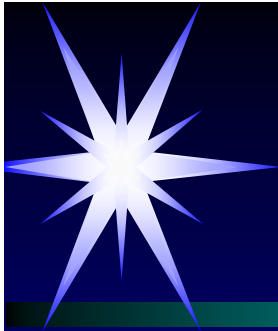
Kvantili

- Kvantili
 - Kvantilni razmik v katerem je določen odstotek vseh podatkov
 - centili
 - decili
 - kvartili
 - Ko podatki nesimetrično porazdeljeni, uporabljamo za srednjo vrednost mediano, kvantile pa kot mero razpršenosti; varianca oz. standardni odklon bi bil v tem primeru neustrezna mera razpršenosti



Kvantilni diagram (Box Plot)



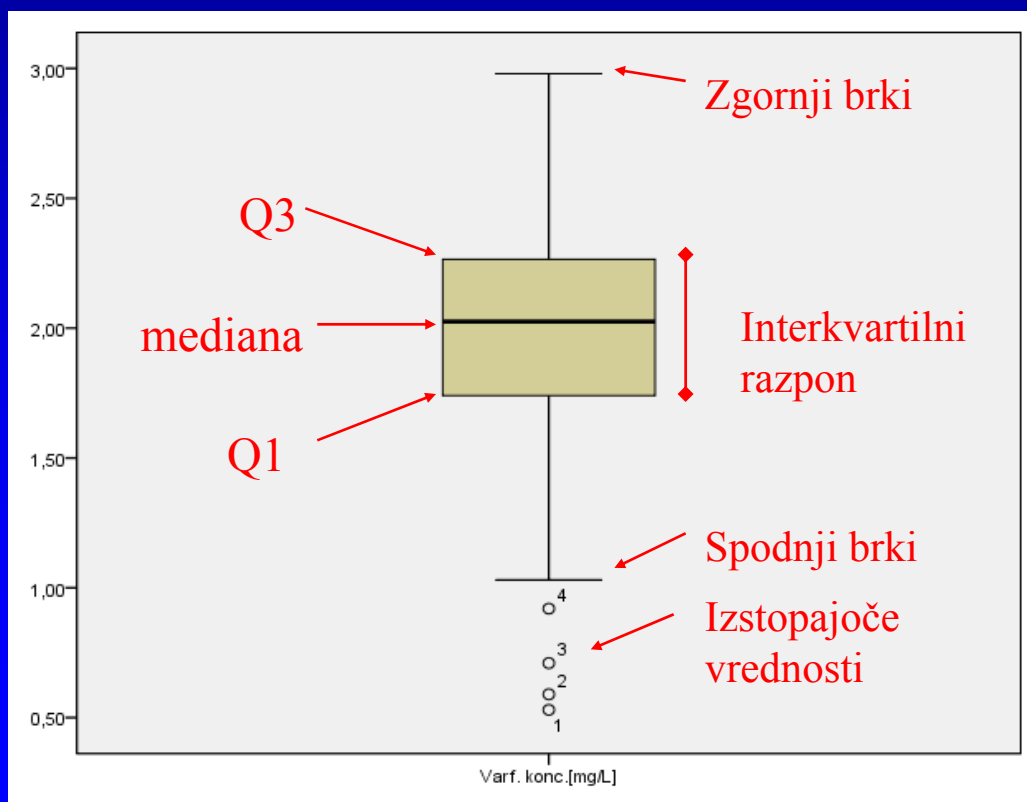


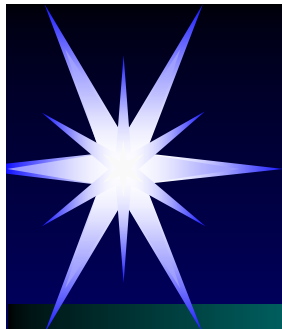
Kvantilni diagram (Box Plot)

- Izstopajoče vrednosti (outliers):
- Ekstremne vrednosti (extremes):

$$X > X_{Q3} + 1.5 \cdot (X_{Q3} - X_{Q1})$$
$$X < X_{Q1} - 1.5 \cdot (X_{Q3} - X_{Q1})$$

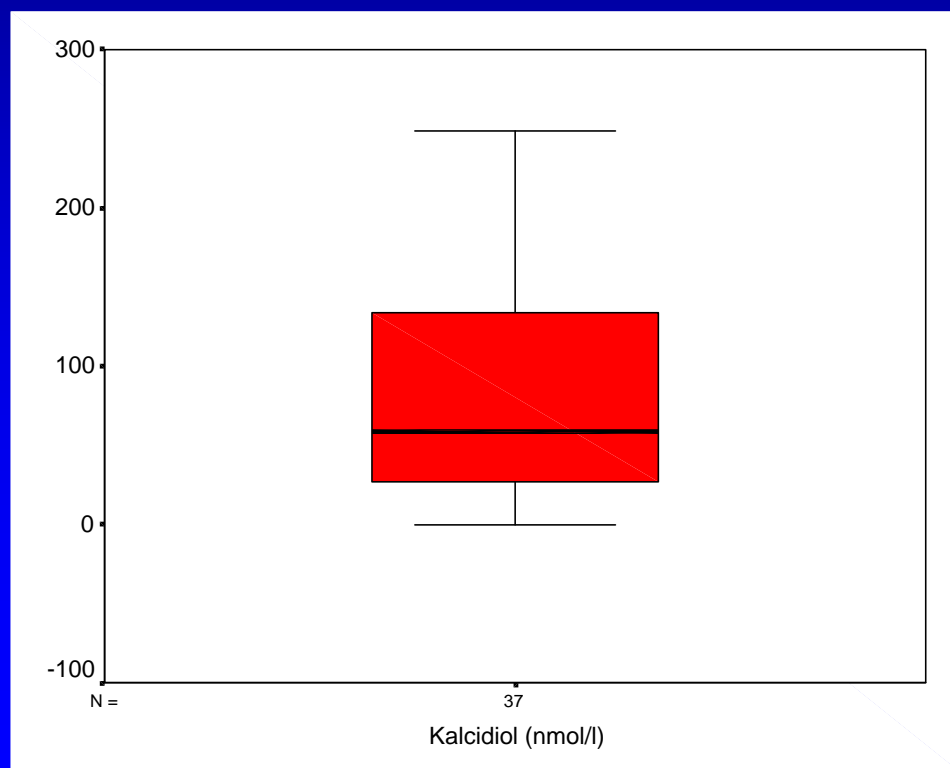
$$X > X_{Q3} + 3 \cdot (X_{Q3} - X_{Q1})$$
$$X < X_{Q1} - 3 \cdot (X_{Q3} - X_{Q1})$$

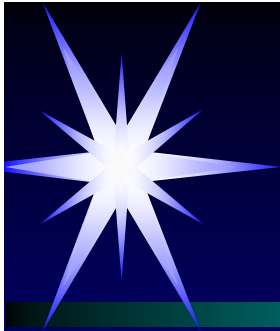




Primer kalcidiol ter asimetričnost

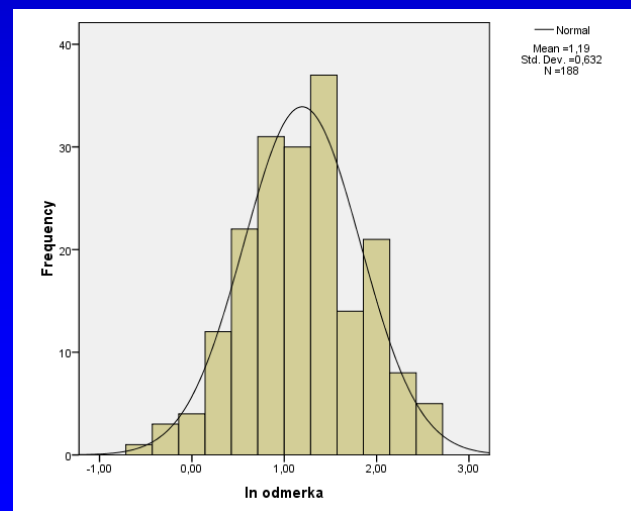
- Pozitivno asimetrična/poševna (positively skewed): večja gostota pri manjših vrednostih - na sliki!
- Negativno asimetrična/poševna (negatively skewed)

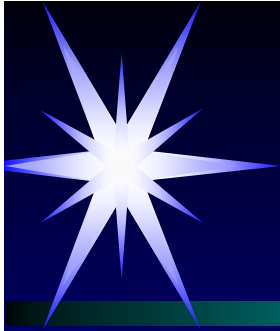




Vrste frekvenčnih porazdelitev oz. distribucij

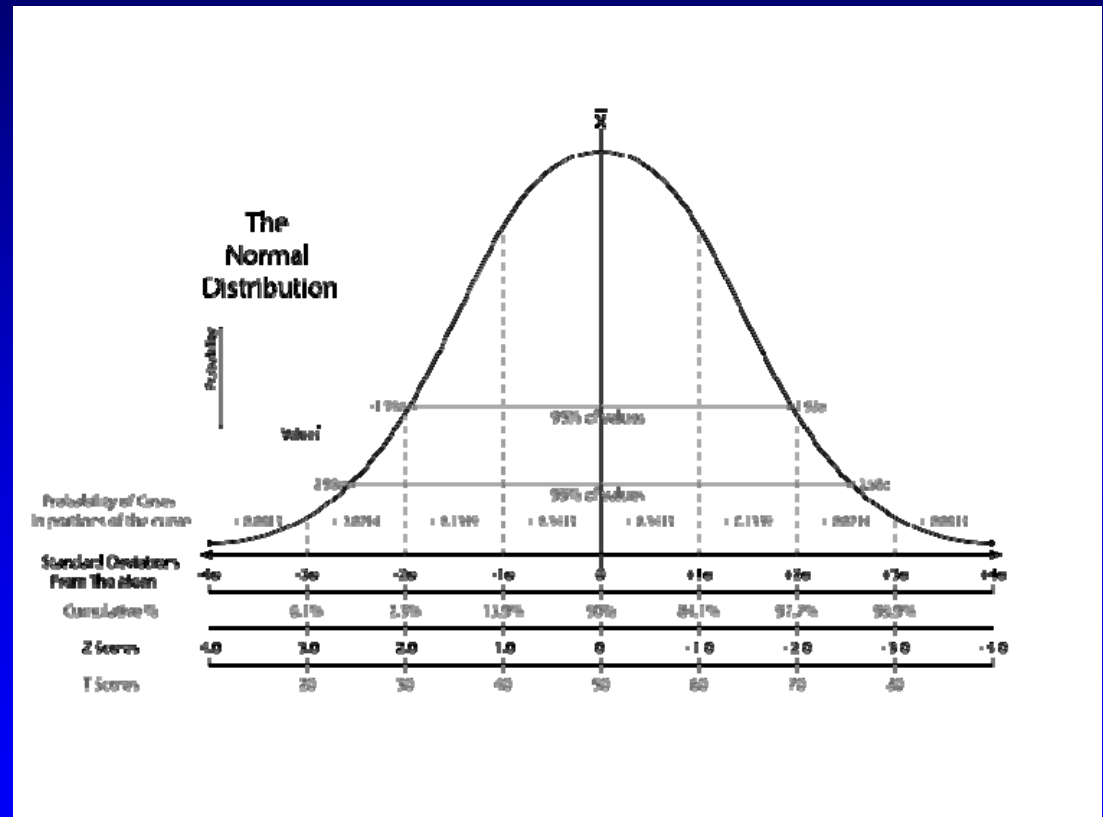
- Empirične (izkustvena)
- Teoretične: frekvenčne distribucije, ki jih dobimo s teoretičnim razglabljanjem ter s pomočjo matematičnih postopkov

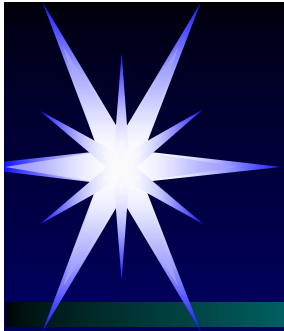




Normalna ali Gaussova porazdelitev

- Unimodalna
- Simetrična
- Zvonasta
- Max gostota pri aritmetični sredini
- Zvezno padajoča gostota od aritmetične sredine
- $N(\mu, \sigma)$

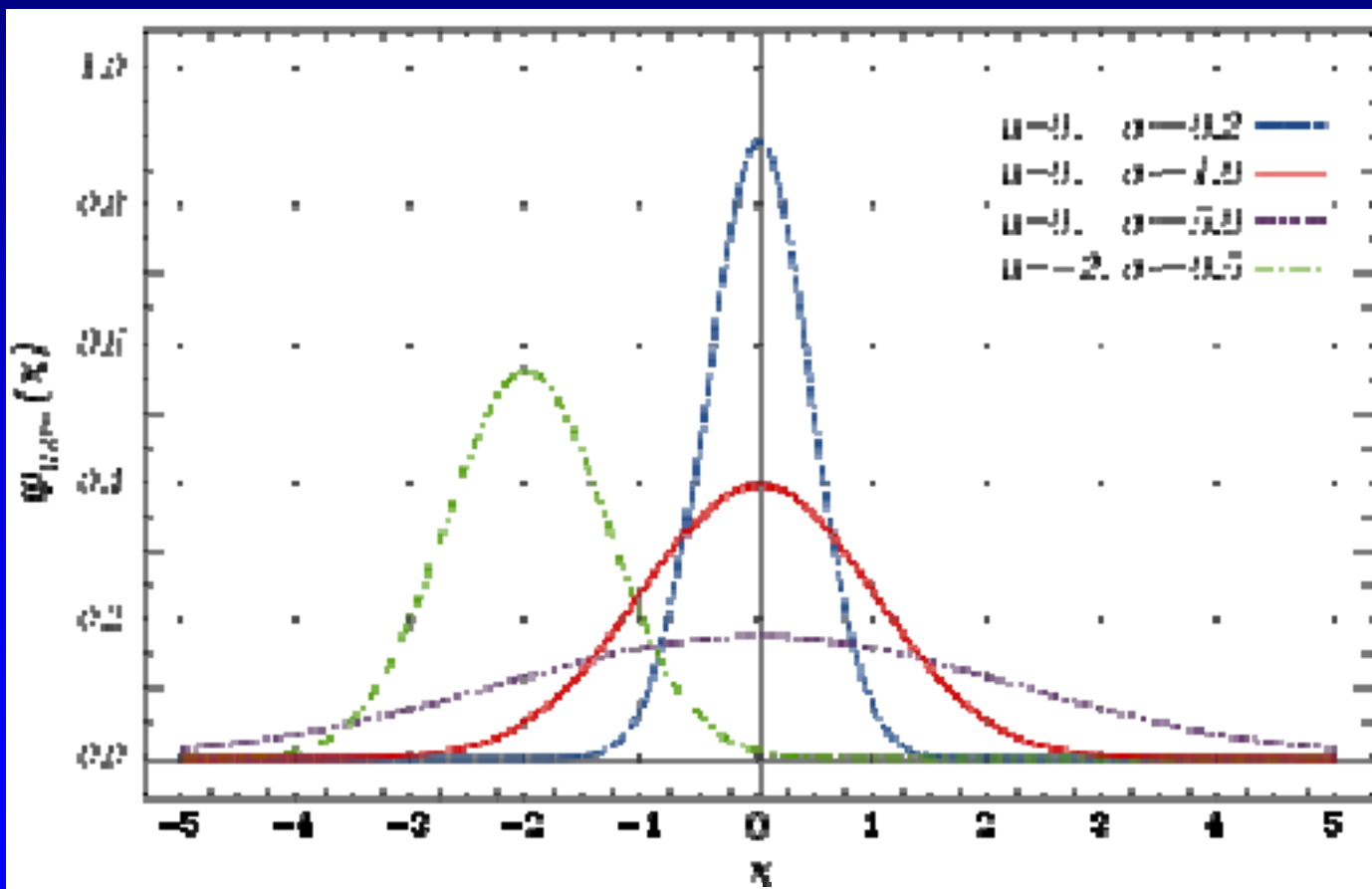




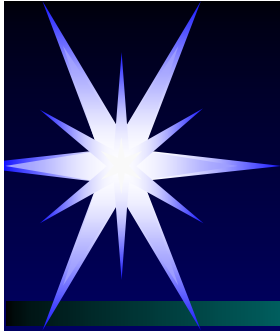
Normalna ali Gaussova porazdelitev

Gostota relativne frekvence:

$$\rho_{(x)} = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{1}{2} * \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



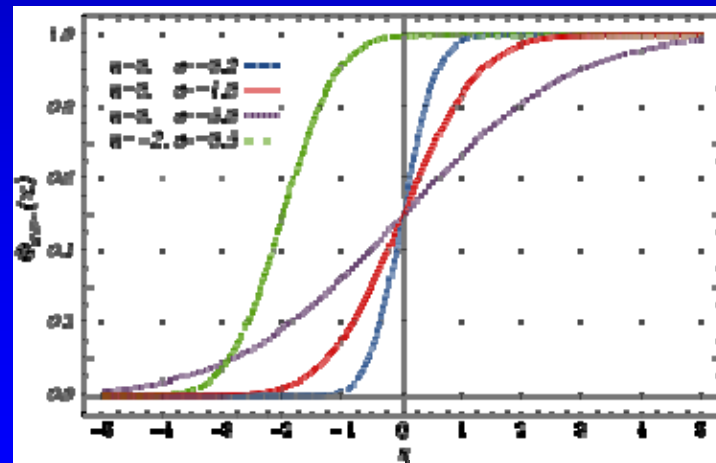
Vir: http://en.wikipedia.org/wiki/Normal_distribution

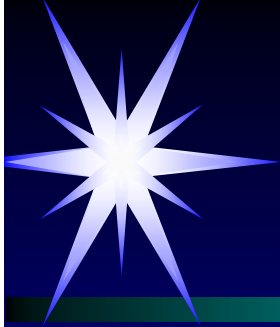


Kumulativna relativna frekvenca

- $F^0(x)$: Kumulativna relativna frekvenca:
 - površina pod krivuljo poljubne normalne distribucije za vrednost spremenljivke od $-\infty$ do $+\infty$
 - Vrednost integrala na zgornji meji

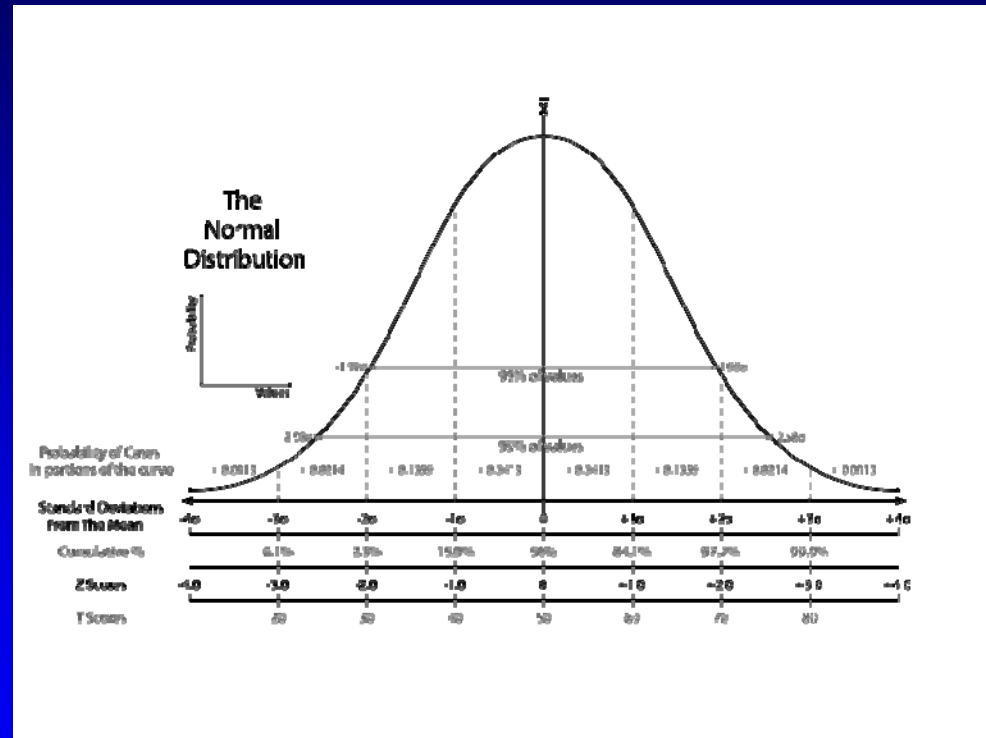
$$\int_{-\infty}^x \rho(x) * dx = F_{(X)}^0$$



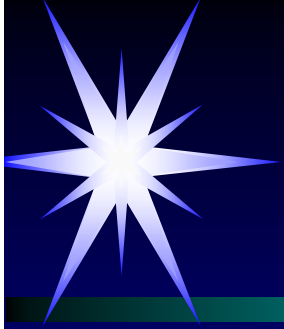


Normalna ali Gaussova porazdelitev

$$F_{(-\infty)}^0 = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) * dx = 1$$



$$F_{(x1 < x < x2)}^0 = \int_{x1}^{x2} \rho(x) * dx = \int_{-\infty}^{x2} \rho(x) * dx - \int_{-\infty}^{x1} \rho(x) * dx = F_{(x2)}^0 - F_{(x1)}^0$$



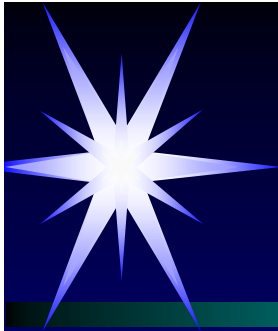
Normalna ali Gaussova porazdelitev

$$F_{(X=\mu)}^0 = 0,5$$

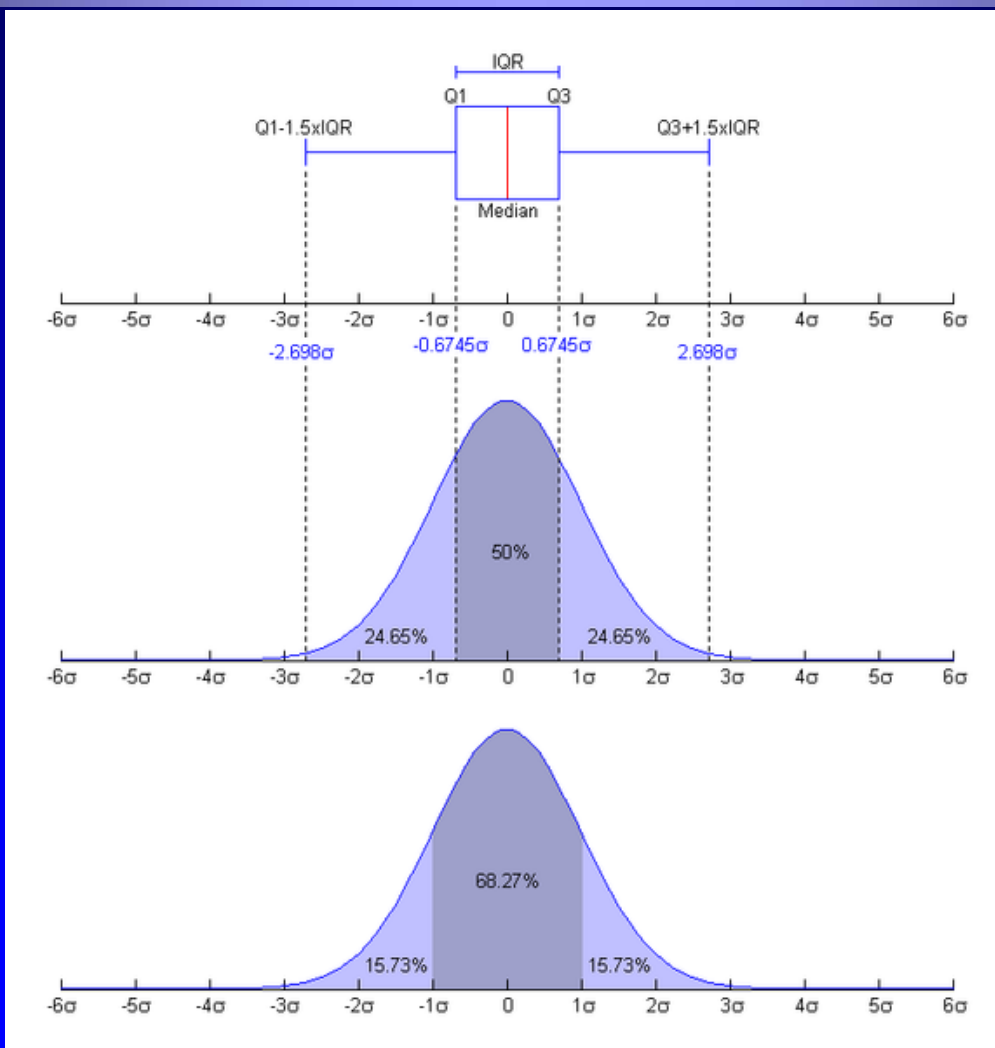
$$F_{(-1*\sigma < x < 1*\sigma)}^0 = 0,6825$$

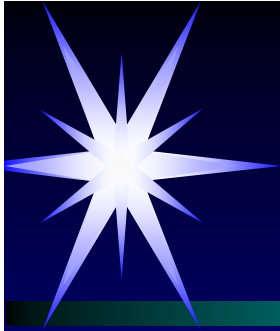
$$F_{(-2*\sigma < x < 2*\sigma)}^0 = 0,9545$$

$$F_{(-3*\sigma < x < 3*\sigma)}^0 = 0,9973$$



Normalna ali Gaussova porazdelitev





Standardizirani odklon

- $x = \mu + z^* \sigma$

- $$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

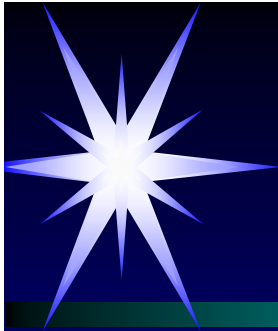
- Nakažemo mesto enote v populaciji

- Velja:

- $x = \mu \Rightarrow z = 0$

- $x > \mu \Rightarrow z > 0$

- $x < \mu \Rightarrow z < 0$



Standardizirana normalna distribucija

- standardizacija s standardiziranim odklonom (x delimo z “z”)
- $N(0,1)$ oz. $\mu_z=0$; $\sigma_z=1$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

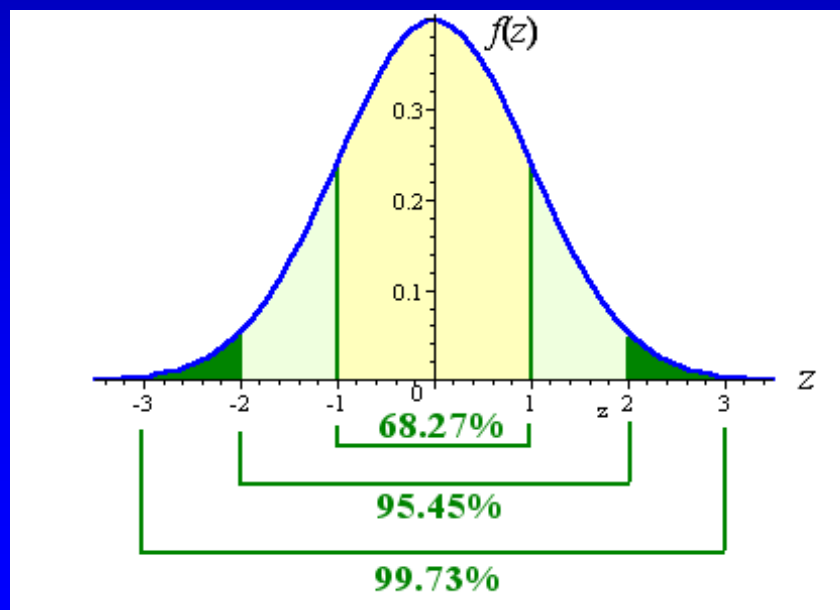
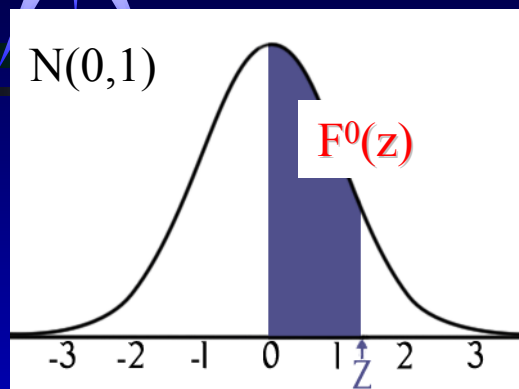
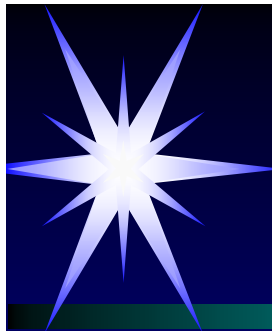


Tabela $F_0(z)$: standardizirane normalne distribucije



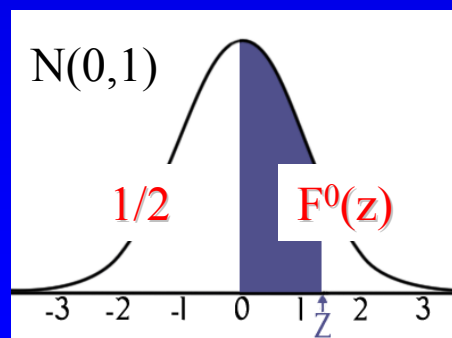
$F^0(z)$: Kumulativna
frekvenca pod krivuljo
standardizirna
normalne porazdelitve=
površina pod krivuljo
standardizirane
normalne distribucije
med aritmetično
sredino in dano
vrednostjo z

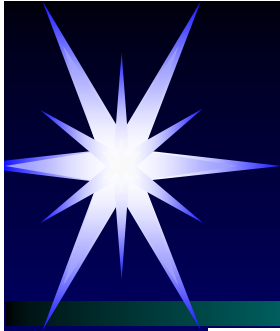
z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990



$$F^0_{(x)} \propto F^0_{(z)}$$

- $F^0_{(z)}$: Kumulativna frekvenca pod krivuljo standardizirna normalne porazdelitve:
 - površina pod krivuljo standardizirane normalne distribucije med aritmetično sredino in dano vrednostjo z
 - **Pozor: lahko tudi drugače tabelirano!**
- $F^0_{(x)}$: Kumulativna relativna frekvenca:
- $F^0_{(x)} = 1/2 + F^0_{(z)}$

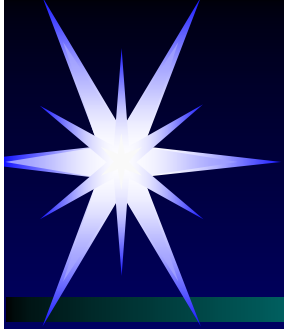




Razlika kumulativnih relativnih frekvenc

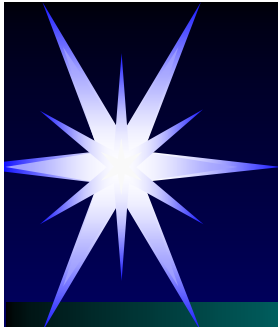
$$F_{(x1 < x < x2)}^0 = \int_{x1}^{x2} \rho_{(x)} * dx = \int_{-\infty}^{x2} \rho_{(x)} * dx - \int_{-\infty}^{x1} \rho_{(x)} * dx = F_{(x2)}^0 - F_{(x1)}^0$$

- $F_{(x2)}^0 - F_{(x1)}^0 = ?$
 - Površina pod krivuljo
 - $F_{(x)}^0 = 1/2 + F_{(z)}$
- $F'_{(xi)} = F_{(x2)}^0 - F_{(x1)}^0 = 1/2 + F_{(z2)}^0 - 1/2 - F_{(z1)}^0$
- $F_{(x2)}^0 - F_{(x1)}^0 = F_{(z2)}^0 - F_{(z1)}^0$
- Liha funkcija: $F_{(-z)}^0 = -F_{(z)}^0$
 - Od $z=-1$ do $z=1$
 - $F_{(z2)}^0 - F_{(z1)}^0 = 2 * 0,3413 = 0,6825$



Absolutna frekvenca

- $F_{(x_1 < x < x_2)} = n * F^0_{(x_2 - x_1)}$

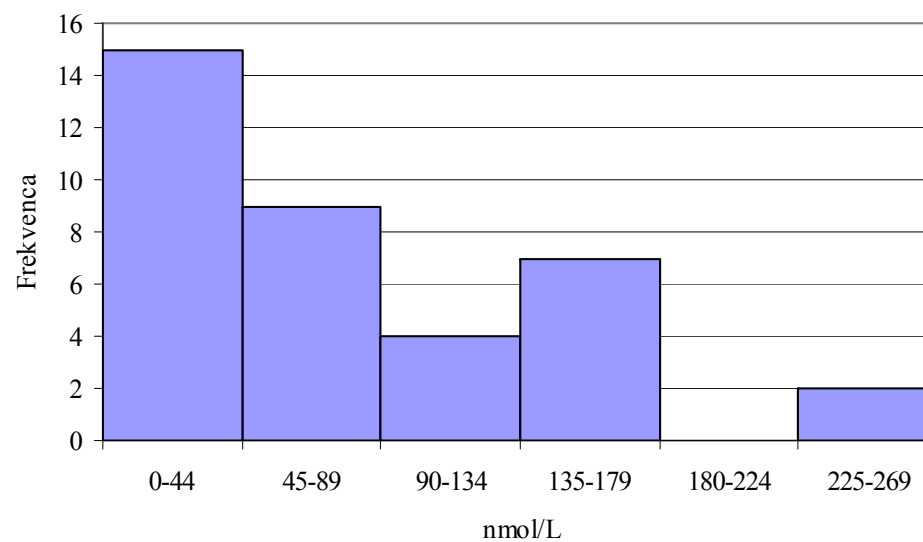


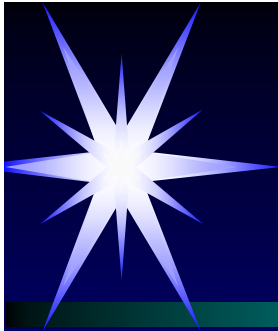
Primer kalcidiol

m=6

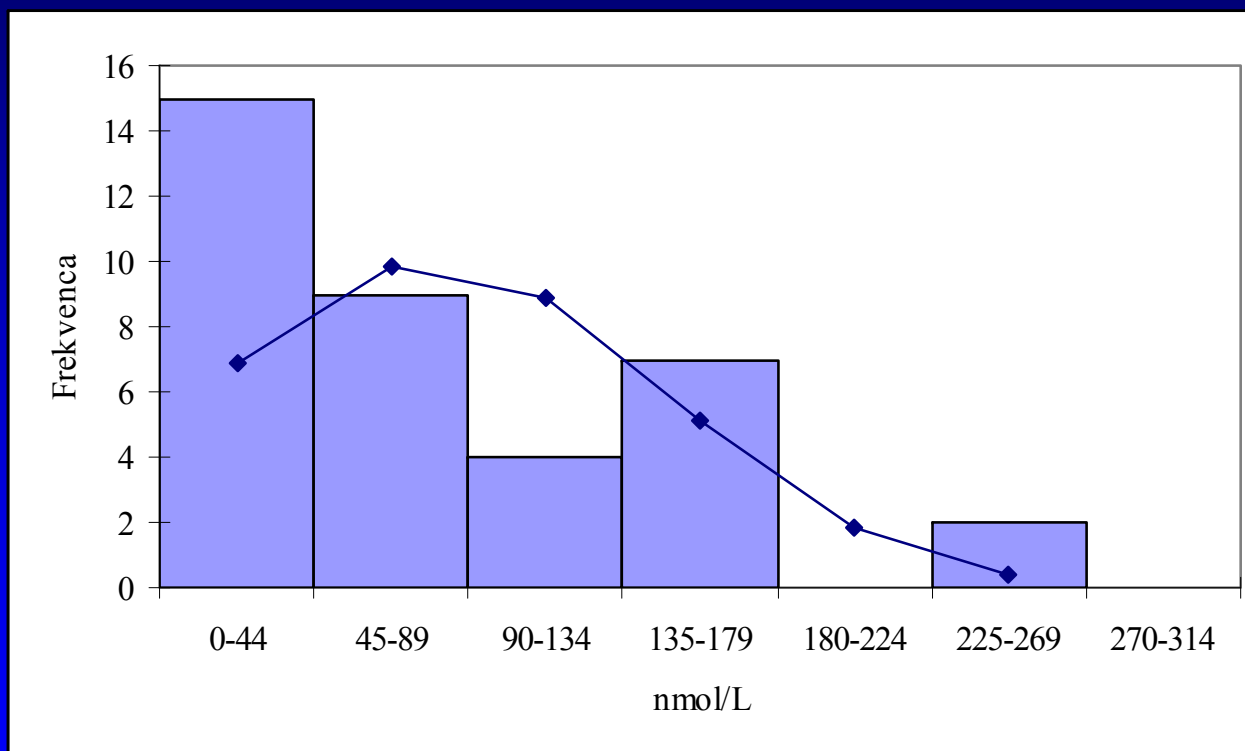
j=45

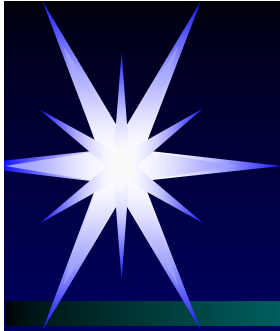
Zap. št.	Spodnja meja	Zgornja meja	Frekvenca	Sredina	Prva kumulativna vrsta
1	0	44	15	22	0
2	45	89	9	67	15
3	90	134	4	112	24
4	135	179	7	157	28
5	180	224	0	202	35
6	225	269	2	247	35
			37		37





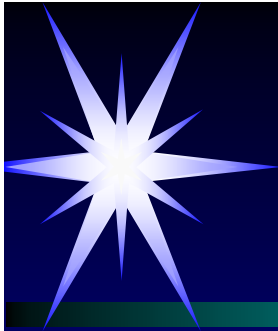
Prilagojena normalna porazdelitev empirični



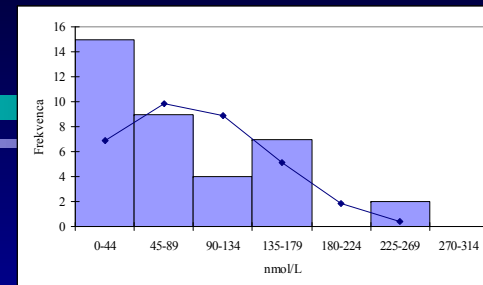


Prilagajanje normalne porazdelitve empirični porazdelitvi

- Normalno porazdelitev (z vsemi karakteristikami) prilagoditi tako, da aritmetičina sredina in standardna deviacija enaka tistima, ki ju ima empirična porazdelitev



Prilagajanje normalne porazdelitve empirični porazdelitvi



$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i * \bar{x}_i}{n}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i * (\bar{x}_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$z = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}}{s}$$

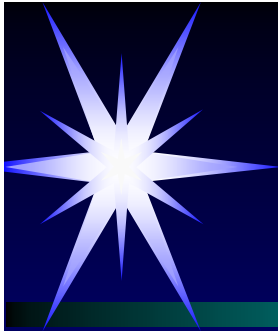
$$F^0(x) = 1/2 + F^0(z)$$

$$f_i' = F_{(x1 < x < x2)} = n * F^0_{(x2-x1)}$$

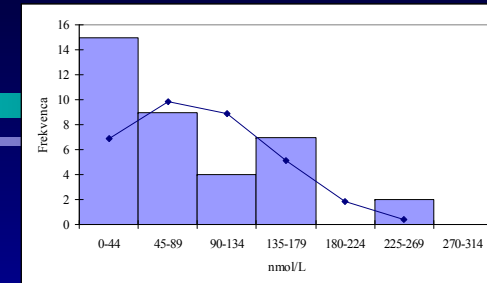
Zap. št.	Razred	Frekvenco f_i	Sredina	Standardizirani odklon z_i	Kumulativna relativna frekvenco $F_0(x)$	Relativna frekvenco $F'(x_i)$	Absolutna frekvenco f_i'
1	0-44	15	22				
2	45-89	9	67				
3	90-134	4	112				
4	135-179	7	157				
5	180-224	0	202				
6	225-269	2	247				
7	270-314	0					

$$F'_{(x_i)} = F^0_{(x_2)} - F^0_{(x_1)} = 1/2 + F^0_{(z_2)} - 1/2 - F^0_{(z_1)}$$

$$F^0_{(x_2)} - F^0_{(x_1)} = F^0_{(z_2)} - F^0_{(z_1)}$$



Prilagajanje normalne porazdelitve empirični porazdelitvi



$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i * \bar{x}_i}{n}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i * (\bar{x}_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$z = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}}{s}$$

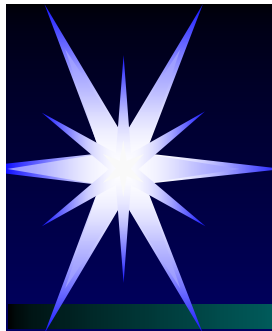
$$F^0(x) = 1/2 + F^0(z)$$

$$f_i' = F_{(x1 < x < x2)} = n * F^0_{(x2-x1)}$$

Zap. št.	Razred	Frekvenco f_i	Sredina	Standardizirani odklon z_i	Kumulativna relativna frekvenco $F_0(x)$	Relativna frekvenco $F'(x_i)$	Absolutna frekvenco f_i'
1	0-44	15	22	-1,23	0,1093	0,1853	6,86
2	45-89	9	67	-0,54	0,2946	0,2650	9,81
3	90-134	4	112	0,15	0,5596	0,2399	8,88
4	135-179	7	157	0,84	0,7995	0,1375	5,09
5	180-224	0	202	1,53	0,9370	0,0494	1,83
6	225-269	2	247	2,21	0,9864	0,0117	0,43
7	270-314	0		2,90	0,9981		

$$F'_{(x_i)} = F^0_{(x_2)} - F^0_{(x_1)} = 1/2 + F^0_{(z_2)} - 1/2 - F^0_{(z_1)}$$

$$F^0_{(x_2)} - F^0_{(x_1)} = F^0_{(z_2)} - F^0_{(z_1)}$$



Prilagojena normalna porazdelitev empirični

